УДК 517.925

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ С ОТОБРАЖЕНИЕМ ЗА ПЕРИОД, ПРЕДСТАВЛЯЮЩИМ СОБОЙ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ТРЕХ МАТРИЧНЫХ ЭКСПОНЕНТ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Э.В. МУСАФИРОВ

Полесский государственный университет,
г. Пинск, Республика Беларусь, musafirov@bk.ru

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, большинство дифференциальных систем невозможно проинтегрировать в квадратурах. В таких случаях можно проводить качественное исследование свойств решений систем дифференциальных уравнений по виду самих дифференциальных систем. В частности это иногда удается сделать с помощью отражающей функции (ОФ), введенной профессором В.И. Мироненко [1, 2].

ОФ, являясь выражением симметрии решений дифференциальных систем, позволяет улавливать эти симметрии. Что дает возможность решать такие задачи качественной теории дифференциальных уравнений, как вопросы существования и устойчивости периодических решений [2], существования решений краевых задач [3], вопросы глобального поведения семейств решений дифференциальных систем [1].

Рассмотрим систему

$$\dot{x} = X(t,x), \quad t \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

решения которой однозначно определяются начальными условиями. Пусть общее решение этой системы в форме Коши имеет вид $x = \varphi(t;t_0,x_0)$.

Для каждой такой системы определяется (см. [2, с.11], а также [1, с.62]) *отражающая функция* $F(t,x) := \varphi(-t;t,x)$, определенная в некоторой области, содержащей гиперплоскость $t = 0$.

Функция $F(t,x)$ есть отражающая функция системы (1) тогда и только тогда, когда эта F является решением системы уравнений в частных производных, называемой *основным соотношением*,

$$\frac{\partial F(t,x)}{\partial t} + \frac{\partial F(t,x)}{\partial x} X(t,x) + X\left(-t, F(t,x)\right) = 0,$$

с начальным условием $F(0,x) \equiv x$.

Если $F(t,x)$ – отражающая функция системы (1), то для любого решения $x(t)$ этой системы верно тождество $F\left(-t, x(-t)\right) \equiv x(t)$. Таким образом, с помощью отражающей функции по прошлому состоянию системы можно узнать ее будущее состояние.

Если система (1) 2ω-периодична по t и $F(t,x)$ – ее отражающая функция, то $F(-\omega,x) = \varphi(\omega;-\omega,x)$ есть *отображение за период* $[-\omega;\omega]$ (*отображение Пуанкаре*) этой системы (см. [1, с.~59]). Поэтому решение $\varphi(t;-\omega,x_0)$ 2ω-периодической системы (1) является 2ω-периодическим тогда и только тогда, когда x_0 является решением недифференциальной системы $F(-\omega,x) = x$. Это решение будет устойчивым (асимптотически устойчивым) по Ляпунову тогда и только тогда, когда будет устойчивой (асимптотически устойчивой) неподвижная точка отображения $x \mapsto F(-\omega,x)$.

Любая непрерывно дифференцируемая функция $F(t,x)$, удовлетворяющая условию $F\left(-t, F(t,x)\right) = F(0,x) = x$, является отражающей функцией целого класса систем вида [1]

$$\dot{x} = -\frac{1}{2}\frac{\partial F}{\partial x}\left(-t, F(t,x)\right)\left(\frac{\partial F(t,x)}{\partial t} - 2S(t,x)\right) - S\left(-t, F(t,x)\right), \tag{2}$$

где $S(t,x)$ – произвольная вектор-функция, при которой решения системы (2) однозначно определяются начальными условиями.

Поэтому все системы вида (1) разбиваются на классы эквивалентности вида (2) так, что каждый класс характеризуется своей отражающей функцией, называемой *отражающей функцией класса*.

Все системы из одного класса имеют один и тот же оператор сдвига [4, с. 11–13] на любом интервале $(-\alpha;\alpha)$. Поэтому все эквивалентные 2ω-периодические системы имеют одно и то же отображение за период $[-\omega;\omega]$.

Отражающая функция линейной системы

$$\dot{x} = P(t)x, \quad t \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}^n, \tag{3}$$

где $P(t)$ – непрерывная $n \times n$-матрица, также линейна, т.е. отражающая функция этой системы представима в виде $F(t,x) = F(t)x$. Матрица $F(t)$ в этом случае называется *отражающей матрицей* системы (3) (см. [1, 2]). Если $X(t)$ – фундаментальная матрица решений системы (3), то $F(t) = X(-t)X^{-1}(t)$. Поэтому для любой отражающей матрицы $F(t)$ справедливы соотношения $F(-t)F(t) = F(0) = E$, где E – единичная $n \times n$-матрица.

Основное соотношение в линейном случае имеет вид $\dot{F}(t) + F(t)P(t) + P(-t)F(t) = 0, \quad F(0) = E$.

Всякая линейная система с отражающей матрицей $F(t)$ может быть записана в виде

$$\dot{x} = \left(-\tfrac{1}{2}F(-t)\dot{F}(t) + F(-t)R(t) - R(-t)F(t)\right)x,$$

где $R(t)$ – произвольная $n \times n$-матрица.

Если матрица $P(t)$ – 2ω-периодическая и $F(t)$ – отражающая матрица системы (3), то $F(-\omega)$ – *матрица монодромии* (см. [5, с. 187] и [6, с. 26]) этой системы на периоде $[-\omega;\omega]$. При этом решения μ_i, $i = \overline{1,n}$ уравнения $\det\left(F(-\omega) - \mu E\right) = 0$ являются *мультипликаторами* [5, с. 189] системы (3).

Кроме того, в дальнейшем нам понадобятся некоторые понятия для автономной дифференциальной системы

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in D \subset \mathbb{R}^n, \tag{4}$$

где f – непрерывно дифференцируемая вектор-функция.

Решение $\eta = \eta(t)$ ($t_0 \le t < \infty$) системы (4) называется *орбитально устойчивым* [5, с. 299–303] при $t \to \infty$, если для любого решения $x = x(t)$ ($t_0 \le t < \infty$) и любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta = \delta(\varepsilon, t_0) > 0$ такое, что если $\| x(t_0) - \eta(t_0) \| < \delta$ то $\rho\left(x(t), L^+\right) < \varepsilon$ при $t \ge t_0$, где $L^+ = \{\eta(t) \mid t_0 \le t < \infty\}$ – положительная полуорбита решения $\eta(t)$; $\rho\left(z, L\right)$ – расстояние от точки $z \in \mathbb{R}^n$ до множества $L \subset \mathbb{R}^n$, т.е. $\rho\left(z, L\right) = \inf\limits_{x \in L} \| z - x \|$.

Орбитально устойчивое решение $\eta(t)$ называется *асимптотически орбитально устойчивым* [5, с. 299–303], если существует $\Delta > 0$ такое, что для всех решений $x(t)$, удовлетворяющих неравенству $\| x(t_0) - \eta(t_0) \| < \Delta$, справедливо равенство $\lim\limits_{t \to \infty} \rho\left(x(t), L^+\right) = 0$.

Данная работа посвящена изучению периодических систем обыкновенных дифференциальных уравнений на наличие и устойчивость их периодических решений с помощью отражающей функции. Качественному изучению дифференциальных систем с помощью ОФ посвящены также работы [7–12]. Настоящая работа является продолжением работы [9], в которой изучено множество систем с ОФ представимой в виде $F(t,x) = e^{A_0\alpha_0(t)}e^{A_1\alpha_1(t)} \cdots e^{A_m\alpha_m(t)}x$, где A_i, $i = \overline{0,m}$ – постоянные $n \times n$-матрицы, $\alpha_i(t)$, $i = \overline{0,m}$ – нечетные непрерывно дифференцируемые необходимое число раз скалярные функции, и обладающей свойством $\dfrac{\partial F}{\partial t}(t,x) = e^{A_0\alpha_0(t)}e^{A_1\alpha_1(t)} \cdots e^{A_m\alpha_m(t)}\sum\limits_{i=0}^{m} A_i\dot{\alpha}_i(t)x.$

ОСНОВНОЙ РЕЗУЛЬТАТ

Рассмотрим систему (3), где $P(t)$ – дважды непрерывно дифференцируемая на $\mathbb{R}$ $n \times n$-матрица. В том случае, когда фундаментальная матрица $X(t)$ системы (3) представима в виде $X(t) = \Phi(t)e^{-\frac{B}{2}t}$, как это имеет место в теории Флоке, ОФ этой системы имеет вид $F(t,x) = X(-t)X^{-1}(t)x = \Phi(-t)e^{Bt}\Phi^{-1}(t)x$, где $\Phi(t)$ – непрерывная периодическая, а B – постоянная $n \times n$-матрицы. Имея это в виду, будем считать, что ОФ системы (3) имеет вид $F(t,x) = e^{\alpha(t)A}e^{\beta(t)B}e^{-\alpha(-t)A}x$, где $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ – некоторые скалярные функции, A и B – постоянные $n \times n$-матрицы.

Теорема 1. *Пусть* A – $n \times n$*-матрица, удовлетворяющая условию*

$$\left(P^2(0) - \dot{P}(0)\right)A + A\left(P^2(0) + \dot{P}(0)\right) - 2P(0)AP(0) = P(0)\dot{P}(0) - \dot{P}(0)P(0) - \ddot{P}(0) \tag{5}$$

и $B = -2(A + P(0))$. Пусть, кроме того, $e^{At}P(t)e^{-At} - P(0)$ – нечетная матрица, коммутирующая с B. Тогда: 1) отображение за период $[-\omega;\omega]$ 2ω-периодической системы (3) задается формулой $F(-\omega,x) = e^{-A\omega}e^{-B\omega}e^{-A\omega}x$; 2) решение $x(t)$ системы (3), удовлетворяющее начальному условию $x(-\omega) = x_0$, является 2ω-периодическим тогда и только тогда, когда $F(-\omega, x_0) = x_0$; 3) для любого решения $x(t)$ системы (3) справедливо тождество $x(-t) \equiv F(t, x(t))$.

Доказательство. Проверкой основного соотношения (ОС) для ОФ доказывается, что ОФ системы (3) $F(t,x) \equiv e^{At}e^{Bt}e^{At}x$, откуда и вытекают все утверждения теоремы. Теорема доказана.

Пример 1. Рассмотрим систему

$$\dot{x} = \frac{1}{2}(f(t) + g(t) - k + l + (f(t) - g(t) - k + l)\cos 2lt)x + \frac{1}{2}(l + (g(t) - f(t) + k - l)\sin 2lt)y,$$

$$\dot{y} = \frac{1}{2}(-l + (g(t) - f(t) + k - l)\sin 2lt)x + \frac{1}{2}(f(t) + g(t) - k + l - (f(t) - g(t) - k + l)\cos 2lt)y,$$

где $f(t)$, $g(t)$ – непрерывные нечетные скалярные функции, $k,l\in\mathbb{R}$. Из уравнения (5) найдем матрицу $A=\begin{pmatrix} m & -l \\ l & m \end{pmatrix}$, где m – любое действительное число. Проверкой убедимся, что $e^{At}P(t)e^{-At}-P(0)$ – нечетная матрица, коммутирующая с $B=-2(A+P(0))$. Если $f(t)$ и $g(t)$ – $\frac{2\pi}{l}$-периодические функции, то система $\frac{2\pi}{l}$-периодическая и по теореме 1 ее матрица монодромии $F\left(-\frac{\pi}{l}\right)=\begin{pmatrix} e^{-2(k-l)\frac{\pi}{l}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Следовательно, у этой системы существует, по крайней мере, однопараметрическое семейство $\frac{2\pi}{l}$-периодических решений. Если $k>l$, то система устойчива. При $k<l$ система неустойчива. Если $k=l$, то все решения системы $\frac{2\pi}{l}$-периодические.

Теорема 2. *Пусть* $A=\frac{1}{6}(2P(0)\dot{P}(0)-2\dot{P}(0)P(0)-P(0)-\ddot{P}(0))$, $B=-2P(0)$ *и для матриц* $P(t)$ *и* $F(t)\equiv e^{A\sin^3 t}e^{B\sin t}e^{A\sin^3 t}$ *выполнено ОС* $\dot{F}(t)+F(t)P(t)+P(-t)F(t)\equiv 0$. *Тогда: 1) отображение за период* $[-\omega;\omega]$ 2ω*-периодической системы (3) задается формулой* $F(-\omega,x)\equiv e^{-A\sin^3\omega}e^{-B\sin\omega}e^{-A\sin^3\omega}x$; *2) решение* $x(t)$ *системы (3), удовлетворяющее начальному условию* $x(-\omega)=x_0$, *является* 2ω*-периодическим тогда и только тогда, когда* $F(-\omega,x_0)=x_0$; *3) для любого решения* $x(t)$ *системы (3) справедливо тождество* $x(-t)\equiv F(t,x(t))$.

Доказательство. Так как выполнено ОС, то все утверждения теоремы непосредственно вытекают из свойств ОФ. Теорема доказана.

Пример 2. Рассмотрим систему $\dot{x}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} a(t) & b(t) \\ c(t) & d(t) \end{pmatrix}x$, где

$$a(t)\equiv\left(2\cos\left(2l\sin^3 t\right)-3\sin^2 t\left(2k-l\sin\left(2l\sin^3 t\right)(4\sin t)\right)\right)\cos t,$$

$$b(t)\equiv(3l\sin^2 t\left(1+e^{4\sin t}\cos^2\left(l\sin^3 t\right)+e^{-4\sin t}\sin^2\left(l\sin^3 t\right)\right)-2\sin\left(2l\sin^3 t\right))\cos t,$$

$$c(t)\equiv-(3l\sin^2 t\left(1+e^{-4\sin t}\cos^2\left(l\sin^3 t\right)+e^{4\sin t}\sin^2\left(l\sin^3 t\right)\right)+2\sin\left(2l\sin^3 t\right))\cos t,$$

$$d(t)\equiv-\left(2\cos\left(2l\sin^3 t\right)+3\sin^2 t\left(2k+l\sin\left(2l\sin^3 t\right)(4\sin t)\right)\right)\cos t,$$

$k,l\in\mathbb{R}$. Пусть $A=\begin{pmatrix} k & -l \\ l & k \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Тогда $F(t)\equiv e^{2k\sin^3 t}\begin{pmatrix} F_1(t) & F_2(t) \\ F_3(t) & F_4(t) \end{pmatrix}$, где $F_1(t)\equiv e^{-2\sin t}\cos^2(l\sin^3 t)-e^{2\sin t}\sin^2(l\sin^3 t)$, $F_3(t)\equiv(2\sin t)\sin(2l\sin^3 t)$, $F_2(t)\equiv-F_3(t)$, $F_4(t)\equiv F_1(-t)$. Проверкой убедимся, что матрица $F(t)$ удовлетворяет ОС. Рассматриваемая система 2π-периодическая. По теореме 2 матрица монодромии этой системы $F(-\pi)=E$. Следовательно, все решения этой системы 2π-периодические.

Пример 3. Рассмотрим систему $\dot{x}=\frac{1}{8}\cos t\begin{pmatrix} a(t) & b(t) \\ c(t) & d(t) \end{pmatrix}x$, где

$$a(t)\equiv 8-12k(1-\cos 2t)-24l\cos(2l\sin^3 t)\sin^3 t+\left(4+3l(3+\cos 4t-4\cos 2t)\right)\sin(2l\sin^3 t),$$

$$b(t)\equiv 4+3l(7-8\cos 2t+\cos 4t)+4\left(1+6l\sin^4 t\right)\cos(2l\sin^3 t)+24l\sin^3 t\sin(2l\sin^3 t),$$

$$c(t)\equiv -4-3l(7-8\cos 2t+\cos 4t)+4\left(1+6l\sin^4 t\right)\cos(2l\sin^3 t)+24l\sin^3 t\sin(2l\sin^3 t),$$

$$d(t)\equiv 8-12k(1-\cos 2t)+24l\cos(2l\sin^3 t)\sin^3 t-\left(4+3l(3+\cos 4t-4\cos 2t)\right)\sin(2l\sin^3 t),$$

$k,l\in\mathbb{R}$.

Пусть $A=\begin{pmatrix} k & -l \\ l & k \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, тогда $F(t)\equiv e^{-2\left(1-k\sin^2 t\right)\sin t}\begin{pmatrix} F_1(t) & F_2(t) \\ F_3(t) & F_4(t) \end{pmatrix}$, где $F_1(t)\equiv F_4(t)\equiv\cos(2l\sin^3 t)-\sin(2l\sin^3 t)\sin t$, $F_2(t)\equiv-2\cos^2(l\sin^3 t)\sin t-\sin(2l\sin^3 t)$, $F_3(t)\equiv\sin(2l\sin^3 t)-2\sin^2(l\sin^3 t)\sin t$.

Проверкой убедимся, что эта $F(t)$ удовлетворяет ОС. Рассматриваемая система 2π -периодическая. По теореме 2 ее матрица монодромии $F(-\pi)=E$. Следовательно, все решения этой системы 2π -периодические.

НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ

Полученные результаты для линейных дифференциальных систем можно распространить и на нелинейные системы. Отметим здесь случай, когда нелинейная система имеет линейную ОФ.

Рассмотрим $2\pi\frac{p}{q}$ -периодическую ($p,q\in\mathbb{N}$, $\frac{p}{q}$ – несократимая дробь) по t систему (1) с непрерывно дифференцируемой по всем своим переменным функцией $X(t,x)$, для которой $X(t,0)=0$. Согласно [13], если ОФ системы (1) линейна, то она является ОФ системы (3), где $P(t)=\frac{\partial X}{\partial x}(t,0)$.

Теорема 3. *Пусть для системы (3), где* $P(t)\equiv\frac{\partial X}{\partial x}(t,0)$ *, выполнены все условия теоремы 2 и, кроме того, выполнено тождество*

$$F(t)x+F(t)X(t,x)+X(-t,F(t)x)\equiv 0. \tag{6}$$

Тогда все решения системы (1), продолжимые на $[-\pi p;\pi p]$, суть $2\pi p$ -периодические.

Доказательство. Проверкой ОС убедимся, что $F(t,x)$ – ОФ системы (1). Утверждение теоремы вытекает из свойств ОФ. Теорема доказана.

Теорема 4. *Пусть для системы (3), где* $P(t)\equiv\frac{\partial X}{\partial x}(t,0)$ *, выполнены все условия теоремы 1. Тогда, 1) если* $\forall i=\overline{1,n}$ $|\mu_i|<1$ *, где* μ_i *,* $i=\overline{1,n}$ *решения уравнения* $\det\left(e^{-A\pi p}e^{-B\pi p}e^{-A\pi p}-\mu E\right)=0$ *, то решение* $x=0$ *системы (1) асимптотически устойчиво; 2) если* $\exists i:$ $|\mu_i|>1$ *, то решение* $x=0$ *системы (1) неустойчиво; 3) если верно тождество (6), где* $F(t)\equiv e^{At}e^{Bt}e^{At}$ *и* $\exists i:$ $\mu_i=1$ *, то у системы (1) существует, по крайней мере, однопараметрическое семейство* $2\pi p$ *-периодических решений.*

Доказательство. По теореме 1 мультипликаторы μ_i , $i=\overline{1,n}$ системы (3) находятся из уравнения $\det\left(e^{-A\pi p}e^{-B\pi p}e^{-A\pi p}-\mu E\right)=0$. Утверждения 1) и 2) теоремы вытекает из [14, с.229]. Утверждение 3) вытекает из того, что если верно тождество (6), то система (1) и система $\dot{x}=\frac{\partial X}{\partial x}(t,0)x$ имеют одно и то же отображение за период. Теорема доказана.

Полученные результаты для линейных систем можно также использовать для изучения вопроса асимптотической орбитальной устойчивости циклов автономных многомерных дифференциальных систем.

Рассмотрим систему (4), где $f(x)$ – непрерывно дифференцируемая вектор-функция. Пусть $\eta(t)$ – $2\pi\frac{p}{q}$ -периодическое ($p,q\in\mathbb{N}$, $\frac{p}{q}$ – несократимая дробь) решение системы (4) такое, что $\dot{\eta}(t)\not\equiv 0$. Справедлива.

Теорема 5. *Пусть для системы (3), где* $P(t)\equiv f_x(\eta(t))$ *, выполнены все условия теоремы 1. Тогда, если среди решений* μ_i *уравнения* $\det\left(e^{-A\pi p}e^{-B\pi p}e^{-A\pi p}-\mu E\right)=0$ *один простой единичный корень, а все остальные* $|\mu_i|<1$ *, то решение* $\eta(t)$ *системы (4) асимптотически орбитально устойчиво.*

Доказательство. По теореме 1 мультипликаторы μ_i , $i=\overline{1,n}$ системы (3) находятся из уравнения $\det\left(e^{-A\pi p}e^{-B\pi p}e^{-A\pi p}-\mu E\right)=0$. Ссылка на аналог теоремы Андронова-Витта [5, с. 309] завершает доказательство. Теорема доказана.

ВЫВОДЫ

Для дифференциальных систем получены достаточные условия, при выполнении которых эти системы имеют отражающую функцию, представляющую собой произведение трех матричных экспонент специального вида. Исследован вопрос существования и устойчивости периодических решений нелинейных систем и асимптотической орбитальной устойчивости циклов автономных многомерных дифференциальных систем.

Полученные результаты могут быть использованы при моделировании и анализе динамических систем в природе и обществе.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (договор Ф07М-249).

ЛИТЕРАТУРА

1. Мироненко, В.И. Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем / В.И. Мироненко. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004. – 196 с.

2. Мироненко, В.И. Отражающая функция и периодические решения дифференциальных уравнений / В.И. Мироненко. – Минск: Университетское, 1986. – 76 с.

3. Мироненко, В.И. Метод отражающей функции для краевых задач / В.И. Мироненко // Дифференциальные уравнения. – 1996. – Т. 32, №6. – С. 774–779.

4. Красносельский, М.А. Оператор сдвига по траекториям дифференциальных уравнений / М.А. Красносельский. – М.: Наука, 1966. – 332 с.

5. Демидович, Б.П. Лекции по математической теории устойчивости / Б.П. Демидович. – 2-е изд. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998. – 480 с.

6. Мироненко, В.И. Введение в теорию устойчивости: учеб. пособие по одноименному спецкурсу для специальности 01.01 / В.И. Мироненко. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 1991. – 61 с.

7. Мусафиров, Э.В. Двумерные линейные дифференциальные системы с отражающей матрицей, представляющей собой произведение двух матричных экспонент / Э.В. Мусафиров // Вестник Фонда фундаментальных исследований. – 2006. – №4. – С. 75–84.

8. Мусафиров, Э.В. О двумерных линейных дифференциальных системах с отражающей матрицей, представляющей собой произведение двух матричных экспонент специального вида / Э.В. Мусафиров // Вестник Фонда фундаментальных исследований. – 2005. – №1. – С. 62–69.

9. Мусафиров, Э.В. О дифференциальных системах, отражающая матрица которых представляет собой произведение матричных экспонент / Э.В. Мусафиров // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. – 2002. – №1. – С. 44–50.

10. Мусафиров, Э.В. О простоте линейных дифференциальных систем / Э.В. Мусафиров // Дифференциальные уравнения. – 2002. – Т. 38, №4. – С. 570–572.

11. Musafirov, E.V. Reflecting function and periodic solutions of differential systems with small parameter / E.V. Musafirov // Indian Journal of Mathematics. – 2008. – Vol. 50, №1. – P. 63–76.

12. Musafirov, E.V. The reflecting function and the small parameter method / E.V. Musafirov // Applied Mathematics Letters. – 2008. – Vol. 21. – P. 1064–1068.

13. Вересович, П.П. Нестационарные двумерные квадратичные системы, эквивалентные линейным системам / П.П. Вересович // Дифференциальные уравнения. – 1998. – Т. 34, №12. – С. 2257–2259.

14. Бибиков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / Ю.Н. Бибиков. – М.: Высшая школа, 1991. – 303 с.

DIFFERENTIAL SYSTEMS, THE MAPPING OVER PERIOD FOR WHICH IS REPRESENTED BY A PRODUCT OF THREE EXPONENTIAL MATRIXES OF THE SPECIAL ASPECT

E.V. MUSAFIROV

Summary

In this article the author obtained the sufficient conditions for some periodic differential systems. They are represented as a product of three exponential matrix of the special aspect. Obtained results are used for research of problems of the existence and stability of periodic solutions of nonlinear systems and the asymptotic orbital stability of cycles of autonomous differential systems.

Поступила в редакцию 18 сентября 2008 г.