УДК 517. 925

ПОСТРОЕНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ ФАЗОВЫХ ПОРТРЕТОВ АНАЛИТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ ЧЕТВЕРТОЙ СТЕПЕНИ

Л.В. ДЕТЧЕНЯ

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы,
г. Гродно, Республика Беларусь, l.pankova@grsu.by

Впервые задача качественного исследования аналитических систем второго порядка была поставлена основателями качественной теории дифференциальных уравнений А. Пуанкаре и А.М. Ляпуновым, ими же в середине прошлого столетия были получены первые глубокие результаты в этом направлении. [1,2]. В 60–80 годы XX столетия особенно активно развивались направления качественной теории, изучающие поведение траекторий динамических систем в окрестности начала координат. Полная классификация орбитальных нормальных форм, локальных фазовых портретов двумерных систем с ненулевыми квадратичными частями и коэффициентные критерии их реализации были получены в [3]. В библиографии [3] приведен обзор основных результатов исследований, проведенных в данном направлении. С ростом степеней в главных частях аналитических систем, исследования заметно усложняются. В настоящее время активно исследуются аналитические системы с кубическими главными частями, однако здесь процесс исследования сложных особых точек осложняется проблемой различения центр-фокус. В данной работе исследуется поведение двумерной аналитической системы с нелинейностями четвёртой степени при некоторых ограничениях на коэффициенты ее главных частей.

Рассмотрим аналитическую систему:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a_{4,0}x^4 + a_{3,1}x^3y + a_{2,2}x^2y^2 + a_{1,3}xy^3 + a_{0,4}y^4 + p(x,y), \\ \dot{y} &= -b_{4,0}x^4 - b_{3,1}x^3y - b_{2,2}x^2y^2 - b_{1,3}xy^3 - b_{0,4}y^4 - q(x,y), \end{aligned} \tag{1}$$

где *p(x,y), q(x,y)* - ряды по степеням *x* и *y*, начинающиеся членам выше четвёртой степени.

Поведение системы (1) в окрестности особой точки O(0,0) будем исследовать при помощи метода Фроммера, изложенного в [1 – 4]. Исследование разобьём на несколько частей, в зависимости от вида диаграммы Ньютона [1; 2] системы (1).

I. Диаграмма Ньютона системы (1) имеет пять вершин. В этом случае система (1) примет вид:

$$\dot{x} = a_{2,2}x^2y^2 + \sum_{k=5}^{+\infty}(c_k y^k + e_k x^k), \quad \dot{y} = -b_{1,3}xy^3 - b_{0,4}y^4 - \sum_{k=6}^{+\infty} d_k x^k. \tag{2}$$

Числа $\mu = \frac{1}{2}$, $\mu = 1$, $\mu = \frac{3}{2}$ и $\mu = 2$являются для (2) возможными порядками кривизны, кроме того, вершина V_3 - двойная, поэтому в случае $1 < -\frac{b_{1,3}}{a_{2,2}} < \frac{3}{2}$ число $\vartheta_3 = -\frac{b_{1,3}}{a_{2,2}}$ будет особым.

Замена $x \mapsto x, \ \ y \mapsto ux^{1/2}$ и исключение времени приводит (2) к уравнению:

$$u'x = -\frac{2b_{0,4}u^4 + c_5u^6 + B(x,u)}{2c_5u^5 + A(x,u)}. \tag{3}$$

Числа $u_k = 0, \ \ k = \overline{1,4}$, $u_{5,6} = \pm\sqrt{\frac{-2b_{0,4}}{c_5}}$ – корни уравнения $2b_{0,4}u^4 + c_5u^6 = 0$. Следовательно, при $b_{0,4} \times c_5 < 0$ [1, с. 46; 2, с. 19] число $\rho = \sqrt{\frac{-2b_{0,4}}{c_5}}$ будет возможной мерой кривизны с порядком $\mu = \frac{1}{2}$. Полагая в (3) $u = \rho + \nu$, получим $\nu' x = -\nu + \widetilde{B}(x,\nu)$. Значит, система (2) имеет единственную O$^+$-кривую $y = \left(\sqrt{\frac{-2b_{0,4}}{c_5}} + \widetilde{u}(x)\right)\sqrt{x}$ [1, с. 47; 2, с. 20].

Исследуем вопрос о существовании O$^+$-кривых системы (1) с порядком кривизны *μ=1*. Замена $x \mapsto x,\ \ y \mapsto ux$ и исключение времени приводят (2) к виду:

$$u' x = -\frac{a_{2,2}u^3 + b_{1,3}u^3 + b_{0,4}u^4 + B(x,u)}{a_{2,2}u^2 + A(x,u)}.$$

Число $\rho = -\frac{a_{2,2} + b_{1,3}}{b_{0,4}}$ в случае $b_{0,4}(a_{2,2} + b_{1,3}) < 0$ является возможной мерой кривизны с порядком *μ=1*. Полагая в последнем уравнении *u=p+v*, получаем $\nu' x = \frac{a_{2,2} + b_{1,3}}{a_{2,2}}\nu + \widetilde{B}(x,\nu)$. Следовательно, при $a_{2,2}(a_{2,2} + b_{1,3}) > 0$ система (2) имеет открытый пучок O$^+$-кривых с порядком кривизны *μ=1* и мерой $\rho = -\frac{a_{2,2} + b_{1,3}}{b_{0,4}}$. В случае $a_{2,2}(a_{2,2} + b_{1,3}) < 0$ существует единственная O$^+$- кривая $y = \left(-\frac{a_{2,2} + b_{1,3}}{b_{0,4}} + \widetilde{u}(x)\right)x$. (Здесь и далее функция $\widetilde{u}(x)$ - бесконечно малая более высокого порядка).

Возможные порядки кривизны $\mu = \frac{3}{2}$ и *μ=2* исследуются при помощи соответственно, замен: $x \mapsto x,\ \ y \mapsto ux^{3/2}$ и $x \mapsto x,\ \ y \mapsto ux^2$.

В случае $e_5(3a_{2,2} + 2b_{1,3}) < 0$, $b_{1,3}(3a_{2,2} + 2b_{1,3}) < 0$ система (2) имеет единственную O$^+$-кривую $y = \left(\sqrt{\frac{-3e_5}{3a_{2,2} + 2b_{1,3}}} + \widetilde{u}(x)\right)x^{3/2}$; при $e_5(3a_{2,2} + 2b_{1,3}) < 0$, $b_{1,3}(3a_{2,2} + 2b_{1,3}) > 0$ – открытый пучок O$^+$-кривых с порядком кривизны $\mu = \frac{3}{2}$ и мерой $\rho = \sqrt{\frac{-3e_5}{3a_{2,2} + 2b_{1,3}}}$. Кроме того, при $a_{2,2}(3a_{2,2} + 2b_{1,3}) < 0$ система (2) имеет открытый пучок O$^+$-кривых с порядком кривизны $\mu = \vartheta_3$ и мерами $\rho \in (0,+\infty)$. [1, с.39]. Заметим, что система (2) имеет такие O$^+$-кривые, если при $b_{0,4}(a_{2,2} + b_{1,3}) < 0$, $e_5(3a_{2,2} + 2b_{1,3}) < 0$ будет выполнено также $a_{2,2}b_{1,3}>0$. В этом случае (2) имеет единственную O$^+$-кривую с μ=1 и единственную O$^+$-кривую с $\mu = \frac{3}{2}$. При $e_5 \times d_6 < 0$ система (2) имеет единственную O$^+$- кривую $y = \left(-\frac{d_6}{2e_5} + \widetilde{u}(x)\right)x^2$. Аналогичным образом исследуется поведение системы (1) во втором, третьем и четвертом квадрантах. Так, к примеру, во втором квадранте полагаем $x \mapsto -x,\ \ y \mapsto y$.

Таким образом, справедлива

Теорема 1. *Особая точка O(0,0) системы (2) имеет следующие локальные фазовые портреты:*

1) *НННННННН при* $a_{2,2}(a_{2,2} + b_{1,3}) < 0$, $b_{1,3}(3a_{2,2} + 2b_{1,3}) < 0$, $a_{2,2}b_{1,3} < 0$;
2) *РЕРНРЕРН при* $a_{2,2}(a_{2,2} + b_{1,3}) > 0$, $b_{1,3}(3a_{2,2} + 2b_{1,3}) > 0$, $a_{2,2}b_{1,3} < 0$;
3) *РННРНН при* $(a_{2,2} + b_{1,3})(3a_{2,2} + 2b_{1,3}) > 0$, $a_{2,2}b_{1,3} < 0$ *или при* $a_{2,2}(a_{2,2} + b_{1,3}) < 0$, $b_{1,3}(3a_{2,2} + 2b_{1,3}) < 0$, $a_{2,2}b_{1,3} > 0$.

II. Диаграмма Ньютона системы (1) имеет четыре вершины, причём каждая сторона $V_{k-1}V_k$ ломаной Ньютона содержит не более одной внутренней точки $X_{i,j}$ или $Y_{k,l}$ диаграммы Ньютона. В этом случае система (1) может быть представлена системами:

$$\dot{x} = a_{4,0}x^4 + a_{3,1}x^3y + a_{2,2}x^2y^2 + \sum_{k=5}^{+\infty} c_k y^k, \quad \dot{y} = -b_{2,2}x^2y^2 - \sum_{k=5}^{+\infty}(d_k x^k + e_k y^k); \qquad (4)$$

$$\dot{x} = a_{3,1}x^3y + a_{2,2}x^2y^2 + \sum_{k=5}^{+\infty} c_k y^k, \quad \dot{y} = -b_{2,2}x^2y^2 - b_{1,3}xy^3 - \sum_{k=5}^{+\infty}(d_k x^k + e_k xy^{k-1}). \qquad (5)$$

1. Рассмотрим систему (4). Диаграмма Ньютона системы (4) имеет четыре вершины. Числа $\mu = \frac{2}{3}$, $\mu=1$ и $\mu=2$ являются для (4) возможными порядками кривизны.

Замена $x \mapsto x, \quad y \mapsto ux^{2/3}$ и исключение времени приводит (4) к виду:

$$u'x = -\frac{2a_{2,2}u^3 + 2c_5u^6 + B(x,u)}{3(a_{2,2}u^2 + c_5u^5) + A(x,u)}. \qquad (6)$$

Числа $u_k=0$, $k=\overline{1,3}$, $u_4 = \sqrt[3]{\frac{-a_{2,2}}{c_5}}$ – корни уравнения $a_{2,2}u^3 + c_5u^6 = 0$. Следовательно, при $a_{2,2} \times c_5 < 0$ число $\rho = \sqrt[3]{\frac{-a_{2,2}}{c_5}}$ – возможная мера кривизны O^+-кривых с порядком $\mu = \frac{2}{3}$. Но так как u_4 является также корнем уравнения $a_{2,2}u^2 + c_5u^5 = 0$, то [2, с.19] эту меру кривизны считаем особой. Выполним в (6) замену $u = \rho + v = \sqrt[3]{\frac{-a_{2,2}}{c_5}} + v$, получим:

$$v'x = \frac{\alpha_1 x^{1/3} + \beta_1 v + \gamma_1 x^{2/3} + \delta_1 v^2 + B(x,v)}{\alpha x^{1/3} + \beta v + \gamma x^{1/3} v + \delta v^2 + A(x,v)},$$

где

$$\alpha = -3a_{3,1}\sqrt[3]{a_{2,2}}\,c_5^{\,2}, \quad \beta = 9\sqrt[3]{a_{2,2}^{\,4}}\,c_5^{\,2}, \quad \beta_1 = 6\sqrt[3]{(a_{2,2}c_5)^5},$$
$$\alpha_1 = \sqrt[3]{(a_{2,2}c_5)^2}\,(3a_{2,2}e_5 - 3b_{2,2}c_5 - 2a_{3,1}c_5). \qquad (7)$$

Выполняя в последнем уравнении замену $x \mapsto x^3, \quad v \mapsto y$, переходя к системе и вновь применяя метод Фроммера, получаем, что система (4) имеет открытый пучок $м^+$-кривых с порядком $\mu = \frac{2}{3}$ и мерой $\rho = \sqrt[3]{\frac{-a_{2,2}}{c_5}}$.

Выполняя в (4) замену $x \mapsto x, \quad y \mapsto ux$ и исключая время, приходим к следующему уравнению:

$$u'x = -\frac{a_{4,0}u + a_{3,1}u^2 + b_{2,2}u^2 + a_{2,2}u^3 + B(x,u)}{a_{4,0} + a_{3,1}u + a_{2,2}u^2 + A(x,u)}. \qquad (8)$$

Числа $u_1 = 0$, $u_{2,3} = \frac{-a_{3,1} - b_{2,2} \pm \sqrt{(a_{3,1}+b_{2,2})^2 - 4a_{4,0}a_{2,2}}}{2a_{2,2}}$ – корни уравнения $a_{4,0}u + a_{3,1}u^2 + b_{2,2}u^2 + a_{2,2}u^3 = 0$. В случае $a_{3,1}^{\,2} + 2a_{3,1}b_{2,2} + b_{2,2}^{\,2} - 4a_{4,0}a_{2,2} > 0$,

$\rho_{1,2}=\dfrac{-a_{3,1}-b_{2,2}\mp\sqrt{(a_{3,1}+b_{2,2})^2-4a_{4,0}a_{2,2}}}{2a_{2,2}}$ – возможные меры кривизны. Выполняя в (8) последовательно подстановки $u=\rho_1+v$ и $u=\rho_2+v$, соответственно получаем: $v'x=\dfrac{\sqrt{(a_{3,1}+b_{2,2})^2-4a_{4,0}a_{2,2}}}{b_{2,2}}v+\widetilde{B}(x,v)$ и $v'x=-\dfrac{\sqrt{(a_{3,1}+b_{2,2})^2-4a_{4,0}a_{2,2}}}{b_{2,2}}v+\widetilde{B}(x,v)$. Следовательно, при $b_{2,2}>0$ система (4) имеет единственную O^+-кривую $y=\left(\rho_2+\widetilde{u}(x)\right)x$ и открытый пучок O^+- кривых *с* $\mu=1$, $\rho=\rho_1$; а при $b_{2,2}<0$ открытый пучок O^+-кривых с $\mu=1$, $\rho=\rho_2$ и единственную O^+-кривую $y=\left(\rho_1+\widetilde{u}(x)\right)x$. Кроме того, при $a_{4,0}\times d_5<0$ система (4) имеет единственную O^+-кривую $y=\left(\dfrac{-d_5}{2a_{4,0}}+\widetilde{u}(x)\right)x^2$ с $\mu=2$ и $\rho=\dfrac{-d_5}{2a_{4,0}}$.

Проводя аналогичные рассуждения во II, III и IV четвертях и введя обозначение $D=(a_{3,1}+b_{2,2})^2-4a_{4,0}a_{2,2}$, получаем, что имеет место

Теорема 2. *Начало координат системы (4) представляется такими локальными фазовыми портретами:*

1) *PEPH при* $D<0$ *или* $D>0$, $b_{2,2}<0, a_{4,0}a_{1,3}>0$;
2) *PEPEPHH при* $D>0, a_{4,0}a_{1,3}<0$ *или* $D>0, b_{2,2}>0, a_{4,0}a_{1,3}>0$.

2. Рассмотрим систему (5). Диаграмма Ньютона этой системы имеет четыре вершины, числа $\mu=\dfrac{2}{3}$, $\mu=1$ и $\mu=\dfrac{3}{2}$ – возможные порядки кривизны. Вершины V_2, V_3 двойные, поэтому в случае $\dfrac{2}{3}<-\dfrac{b_{1,3}}{a_{2,2}}<1$, $1<-\dfrac{b_{2,2}}{a_{3,1}}<\dfrac{3}{2}$ соответственно числа ϑ_2, ϑ_3 будут особыми. Обозначим:

$$A=(a_{3,1}+b_{2,2})(a_{2,2}+b_{1,3})(a_{3,1}b_{1,3}-a_{2,2}b_{2,2}),$$
$$B=a_{3,1}(3a_{3,1}+2b_{2,2}),\quad C=b_{1,3}(2a_{2,2}+3b_{1,3}).$$

Применяя к системе (5) метод Фроммера, получаем, что при $c_5(2a_{2,2}+3b_{1,3})<0$, $C<0$ система (5) имеет открытый пучок O^+-кривых с порядком $\mu=\dfrac{2}{3}$ и мерой $\rho=\sqrt[3]{\dfrac{2a_{2,2}+3b_{1,3}}{-2c_5}}$; а при $C>0$ –единственную O^+- кривую $y=\left(\rho+\widetilde{u}(x)\right)x^{2/3}$. В случае $A<0$ система (5) имеет единственную O^+-кривую с $\mu=1$, $\rho=-\dfrac{a_{3,1}+b_{2,2}}{a_{2,2}+b_{1,3}}$, а при $A>0$ – открытый пучок таких O^+- кривых. Если $B<0,\ d_5(3a_{3,1}+2b_{2,2})<0$, то (5) имеет открытый пучок O^+- кривых с $\mu=\dfrac{3}{2}$, $\rho=\sqrt{\dfrac{-2d_5}{3a_{3,1}+2b_{2,2}}}$, если $d_5(3a_{3,1}+2b_{2,2})<0,\ B>0$ – единственную O^+-кривую $y=(\rho+\widetilde{u}(x))x^{3/2}$.

Кроме того, в случае $\dfrac{2}{3}<-\dfrac{b_{1,3}}{a_{2,2}}<1$ существует открытый пучок O^+- кривых с порядком кривизны $\mu=\vartheta_2$ и мерами $\rho\in(0,+\infty)$, а в случае $1<-\dfrac{b_{2,2}}{a_{3,1}}<\dfrac{3}{2}$ – открытый пучок O^+-кривых с порядком $\mu=\vartheta_3$ и мерами $\rho\in(0,+\infty)$. Выполняя замены $x\mapsto -x,\ y\mapsto y$; $x\mapsto -x,\ y\mapsto -y$ и $x\mapsto x,\ y\mapsto -y$ исследуем поведение системы (5) соответственно во II, III и IV четвертях. Таким образом, справедлива

Теорема 3. *Система (5) имеет в окрестности O(0,0) такие локальные фазовые портреты:*

1) *PEPE при A<0, B<0 в случае C<0 или C>0,* $\frac{2}{3}<-\frac{b_{1,3}}{a_{2,2}}<1$*; при A>0, B<0,C>0,* $a_{2,2}b_{1,3}>0$*; при A>0, B>0,* $a_{3,1}b_{2,2}>0$ *в случаеC<0 илиC>0,* $\frac{2}{3}<-\frac{b_{1,3}}{a_{2,2}}<1$*; при* $A<0$*,B>0,* $1<-\frac{b_{2,2}}{a_{3,1}}<\frac{3}{2}$ *в случае* $C<0$ *или C>0,* $\frac{2}{3}<-\frac{b_{1,3}}{a_{2,2}}<1$*;*

2) *PHPH при A>0, B>0,* $a_{3,1}b_{2,2}>0$*, C>0,* $a_{2,2}b_{1,3}>0$*; при A<0, B>0,* $a_{3,1}b_{2,2}>0$ *в случае C<0 или C>0,* $\frac{2}{3}<-\frac{b_{1,3}}{a_{2,2}}<1$*; при A<0, B<0, C>0,* $a_{2,2}b_{1,3}>0$*; при A<0, B>0,* $1<-\frac{b_{2,2}}{a_{3,1}}<\frac{3}{2}$*, C>0,* $a_{2,2}b_{1,3}>0$*;*

3) *HHHHHH при A<0, B>0,* $a_{3,1}b_{2,2}>0$*, C>0,* $a_{2,2}b_{1,3}>0$*;*

4) *PEPEPEPEPEPE при A>0, B<0, C<0 или A>0, B>0,* $1<-\frac{b_{2,2}}{a_{3,1}}<\frac{3}{2}$*, C<0.*

III. Диаграмма Ньютона системы (1) имеет четыре вершины, при этом одна из сторон $V_{k-1}V_k$ ломаной Ньютона содержит две внутренние точки $X_{i,j}$ или $Y_{k,l}$ диаграммы Ньютона. В этом случае система (1) примет вид:

$$\dot{x}=a_{4,0}x^4+a_{2,2}x^2y^2+a_{1,3}xy^3+\sum_{k=5}^{+\infty}c_ky^k,\quad \dot{y}=-b_{2,2}x^2y^2-\sum_{k=5}^{+\infty}(d_kx^k+e_ky^k). \qquad (9)$$

Диаграмма Ньютона системы (9) имеет четыре вершины. Числа $\mu=\frac{1}{2}$, $\mu=1$ и $\mu=2$ являются для (9) возможными порядками кривизны. Исследуем наличие O^+-кривых с порядком *μ=1*. Полагая в (9) $x\mapsto x,\quad y\mapsto ux$ и исключая время, получаем:

$$u'x=-\frac{a_{4,0}u+b_{2,2}u^2+a_{2,2}u^3+a_{1,3}u^4+B(x,u)}{a_{4,0}+a_{2,2}u^2+a_{1,3}u^3+A(x,u)}.$$

Возможными мерами O^+-кривых с порядком *μ=1* будут положительные корни уравнения $a_{4,0}u+b_{2,2}u^2+a_{2,2}u^3+a_{1,3}u^4=0$. Поэтому ограничимся исследованием случаев:

$$a_{1,3}=-1,\;\; b_{2,2}=3a^2-2aa_{2,2},\;\; a_{4,0}=-2a^3+a^2a_{2,2},\;\; a>0; \qquad (10)$$

$$a_{2,2}=-aa_{1,3},\;\; a_{4,0}=-ab_{2,2},\;\; a>0. \qquad (11)$$

1. Рассмотрим систему (9) в случае выполнения условий (10). Исследование порядка кривизны $\mu=\frac{1}{2}$ приводит к необходимости повторного применения метода Фроммера к системе:

$$\dot{x}=\alpha x^3+\beta x^2y+p(x,y),\quad \dot{y}=\alpha_1x^2+\beta_1xy+q(x,y),$$

где *p(x,y), q(x,y)* - ряды по степеням *x* и *y*, начинающиеся членами более высокой степени, а коэффициенты α, β, α_1, β_1 имеют вид:

$$\alpha=\sqrt{c_5}\,(a_{2,2}c_5^{\,2}+c_6),\;\; \beta=4c_5^{\,5/2},\;\; \alpha_1=-a_{2,2}c_5^{\,2}-2c_5e_5-c_6,\;\; \beta_1=-2c_5^{\,2}. \qquad (12)$$

Существует открытый пучок O^+-кривых с порядком $\mu = \frac{1}{2}$ и мерой $\rho = \frac{1}{\sqrt{c_5}}$. Система (9) имеет также открытый пучок O^+-кривых с $\mu=1$, $p=a$ и единственную O^+-кривую с $\mu=2$, $\rho = \frac{d_5}{2a^2(2a - a_{2,2})}$. В случае $a(3a-2a_{2,2})>0$, система (9) имеет единственную O^+-кривую с $\mu=1$, $p=a_{2,2}-2a$; а при $a(3a-2a_{2,2})<0$ – открытый пучок таких O^+-кривых. Проводя соответствующие исследования в остальных четвертях, получаем, что имеет место

Теорема 4. *Система (9) в случае выполнения условий (10) представляется в окрестности O(0,0) следующими локальными фазовыми портретами:*

1) *PEPEPHH при $a(3a-2a_{2,2})>0$;*

2) *PEPEPEPEPEPEPH при $a(3a-2a_{2,2})<0$.*

2. Исследуем поведение системы (9) в случае выполнения условий (11), где будем полагать также, что $a_{1,3}\times b_{2,2}>0$. Система (9) имеет открытый пучок открытый пучок O^+-кривых с $\mu=1$, $p=a$ и единственную O^+- кривую с μ=2, $\rho = \frac{d_5}{2ab_{2,2}}$. При исследовании порядка кривизны $\mu = \frac{1}{2}$ получаем, что (9) имеет открытый пучок O^+-кривых с $\mu = \frac{1}{2}$, $\rho = \sqrt{-\frac{a_{1,3}}{c_5}}$. Таким образом, имеет место

Теорема 5. *Система (9) в случае выполнения условий (11) представляется в окрестности начала координат O(0,0) таким локальным фазовым портретом: PEPEPEPH.*

ВЫВОДЫ

Таким образом, в данной работе получены:

1. Локальные фазовые портреты (ЛФП) системы (1) в случае, когда диаграмма Ньютона системы имеет пять вершин и некоторые ЛФП системы (1), когда диаграмма Ньютона системы (1) имеет четыре вершины.

2. Получены коэффициентные критерии реализации каждого из приведенных ЛФП, которые приведены в теоремах 1–5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ляпунов, А.М. Общая задача об устойчивости движения / А.М. Ляпунов. Собрание сочинений. – М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1956. – Т.2. – С. 5–263.

2. Пуанкаре, А. О кривых, определяемых дифференциаль-ными уравнениями / А. Пуанкаре. – М.; Л.: ГИТТЛ, 1947. – 392 с.

3. Детченя, Л.В. Локальные фазовые портреты двумерных аналитических систем с нулевыми линейными и ненулевыми квадратичными частями: дисс….канд. физ.-мат. наук: 01. 01. 02 / Л.В. Детченя. – Гродно, 2001. – 118 с.

4. Садовский, А.П. Локальная качественная теория дифференциальных уравнений на плоскости: учебное пособие по спецкурсу / А.П. Садовский. – Гродно: ГрГУ. – 1986. – 98 с.

5. Андреев, А.Ф. О методе Фроммера исследования особой точки дифференциального уравнения первого порядка / А.Ф. Андреев // Вестник ЛГУ, серия «Математика. Механика». – 1962. – № 1. – С. 5–21.

6. Андреев, А.Ф. Особые точки дифференциальных уравнений / А.Ф. Андреев. – Минск.: Выш. школа, 1979. – 136 с.

7. Андреев, А.Ф. О локальной схеме состояния равновесия А.Ф. Андреев // Дифференц. Уравнения. – 1970. – Т. 6, № 4. – С. 677–686.

BUILDING OF PHASE PORTRAITS OF ANALYTICAL SYSTEM WITH NONLINEARITIES OF THE FOURTH LEVEL

L.V. DETCHENYA

Summary

A research was made on two-dimensional analytical system with nonlinearities of the fourth level.
The results:
1. Local phase portraits in case when the Newton diagram of analyzing system has 5 apexes.
2. Local phase portraits in cases when the Newton diagram has 4 apexes.
3. Coefficient criteria's of realization each of these mentioned phase portraits.

Поступила в редакцию 12 мая 2009 г.