

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВА ГОТОВОЙ ПРОДУКЦИИ

Ю.Г. ИМАМУТДИНОВ, С.В. СПЛОШНОВ

*Полесский государственный университет,
г. Пинск, Республика Беларусь, imamutdinov@tut.by, sespl@tut.by*

ВВЕДЕНИЕ

Эффективное освоение предприятиями-товаропроизводителями новых рынков сбыта, увеличение объемов продаж предполагает комплексное решение возникающих транспортно-логистических проблем, определяет необходимость снижения затрат для обеспечения конкурентоспособности готовой продукции.

Задачей менеджмента является выбор между увеличением транспортных издержек в связи с удаленностью точек потребления продукции от их производства, а, следовательно, снижением конкурентоспособности продукции на товарных рынках других регионов при повышении цены реализации готовой продукции, и возможностью создания новых производственных мощностей в других регионах. При этом размещение новых структурных производственных бизнес-единиц в других регионах (странах) является важным фактором развития межрегиональной и международной производственной кооперации и инвестиционного сотрудничества, позволяет наиболее полно удовлетворить спрос по различным товарным группам. Особенно актуальна проблема оптимального размещения производства в контексте использования сложившихся межхозяйственных связей Республики Беларусь, Российской Федерации, других постсоветских стран, дальнейшего развития региональных интеграционных процессов в интересах конечных потребителей.

Для решения проблемы оптимального размещения производства достаточно широко используются математические модели исследования операций (дискретные задачи оптимизации). В частности, в научных трудах Б.И. Алибегова, В.Л. Береснева, Э.Х. Гимади, В.Т. Дементьева, А.В. Кузнецова [1-3] задачи оптимального размещения описаны на основе математических моделей с различными типами ограничений: с ограниченными (фиксированными снизу или сверху) объемами производства; со ступенчатой функцией стоимости производства; с ограничениями на суммарную продукцию; с ограниченными объемами производства и пропускными способностями коммуникаций.

Сфера применения данных моделей достаточно широка, и, как показывают исследования Ю.А. Кочетова, включает не только сферу экономики и управления при размещении предприятий, складов, торговых точек, но и технические приложения (размещение узлов сетей связи, планирование метро и станций обслуживания) [4].

В настоящее время исследование данных задач направлено в основном на поиск их аналитического решения [1]. Вместе с тем, следует отметить, что для задачи размещения производства, как и для других комбинаторных задач оптимизации характерно сочетание простоты постановки и значительных вычислительных трудностей. Получение конкретного результата является не менее сложной задачей, чем ее постановка и поиск аналитического решения.

МЕТОДИКА И ОБЪЕКТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для получения конкретного решения задачи оптимального размещения производства готовой продукции авторы предлагают использовать математический язык программирования *AMPL* (*a mathematical programming language*), позволяющий описывать в машинном коде и решать задачи оптимизации большой размерности с помощью внешних подпрограмм-решателей (*solver*). В качестве такой подпрограммы был избран *MOSEK* [5,6].

AMPL – это язык математического программирования, предназначенный для математического описания и получения решения сложных задач оптимизации. Разработчиками языка программирования *AMPL* являются американские математики Р. Форер (*Fourer*), Д. Гей (*Gay*), Б. Керниган

(Kernighan) [7]. *AMPL* не решает задачи непосредственно, а вызывает соответствующие внешние подпрограммы-решатели (аналоги *CPLEX*, *MINOS*, *IPOPT*, *SNOPT*, *MOSEK* и др.). *AMPL* работает с линейными и нелинейными задачами оптимизации, с дискретными или непрерывными переменными. Одно из основных преимуществ *AMPL* состоит в подобии его синтаксиса математической записи задач оптимизации, что позволяет дать краткое и легко читаемое определение задачи математического программирования.

В качестве объекта исследования нами рассматривается производственное предприятие в строительной отрасли, использующее при производстве готовых изделий комплектующие материалы, производимые в третьих странах и поставляемые через Республику Беларусь. Поиск точек оптимального размещения нового производства готовых изделий на территории других регионов (Российской Федерации) проводится на основе сопоставления емкости рынка отдельных регионов (возможных точек размещения) путем минимизации затрат на транспортировку комплектующих и готовых изделий, а также издержек производства. При постановке задачи учитывается наличие уже существующего производства рассматриваемого предприятия в Республике Беларусь.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Экономико-математическая формулировка задачи оптимизации размещения производства в общем виде имеет следующий вид (1) – (4).

$$\sum_{i=1}^n c_i y_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, m}, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^m p_{ij} x_{ij} \leq M_i y_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (3)$$

$$x_{ij}, y_i \in \{0, 1\}, \quad i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, \quad (4)$$

где n – количество возможных пунктов размещения нового производства готовых изделий;
 m – количество предприятий-потребителей продукции;
 $c_i (\geq 0)$ – стоимость открытия производства в пункте i ;
 $M_i (\geq 0)$ – максимально возможный объем производства в данном пункте;
 $c_{ij} (\geq 0)$ – затраты на производство и транспортировку продукции потребителю из региона i в регион j ;
 $x_{ij} (\geq 0)$ – объем продукции i -го предприятия, необходимый для удовлетворения потребностей j -го потребителя;
 y_i – булева переменная, принимающая значение 1, если i -е предприятие открыто, и 0 – в противном случае;
 p_{ij} – булева переменная, принимающая значение 1, если i -е предприятие обслуживает j -го потребителя, и 0 – в противном случае.

Экономический смысл целевой функции (1) заключается в минимизации суммарных затрат на открытие предприятий и обслуживание потребителей. Ограничение (2) требует удовлетворения потребностей всех потребителей. Неравенство (3) определяет возможность обслуживания потребителей только в открытых предприятиях и ограничивает сверху возможные объемы поставок продукции каждого предприятия.

В соответствии с избранным объектом исследования и постановкой задачи система (1) – (4) преобразовывается к виду (5) – (9):

$$c_0 \sum_{i=0}^n y_i + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad y_i \in B, x_{ij} \in Z(R), \quad (5)$$

$$\underline{K}_i y_i \leq \sum_{j=0}^n x_{ij} \leq \overline{K}_i y_i, \quad i = \overline{0, n}, \quad (6)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} \geq M_j, \quad j = \overline{0, n}, \quad (7)$$

$$y_0 = 1, \quad (8)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i, j = \overline{0, n}, \quad (9)$$

где c_0 – затраты на организацию одного нового производства;
 c_{ij} – совокупные затраты на производство и доставку одной фуры готовых изделий из i -го региона в j -й;
 x_{ij} – целочисленная переменная, обозначающая количество фур с готовыми изделиями, следующими из i -го региона в j -й;

\underline{K}_i (\overline{K}_i) – минимальное (максимальное) количество производимых готовых изделий (в фурах за год);

M_j – прогнозные объемы продаж предприятия в j -м регионе.

Экономический смысл модификации системы (1) – (4) к виду (5) – (9) заключается в следующем. Целевая функция (5) включает:

– затраты на организацию производства (c_0), выражающие в денежной форме стоимость организационно-экономических мероприятий и управленческих действий, позволяющих координировать процессы создания и функционирования нового предприятия;

– затраты на производство единицы продукции (одной фуры готовых изделий, c_{ij}), которые учитывают заработную плату (начисленную с налогами); аренду и амортизацию производственных объектов и помещений; процент на капитал; потребление энергии; транспортные расходы.

Амортизация, процент на капитал и потребление энергии не зависят от выбранного региона. Заработная плата и аренда существенно меняются от региона к региону. Используя статистические данные по среднему доходу на душу населения (СДДН) можно определить коэффициент, показывающий во сколько раз СДДН i -го региона выше (ниже) СДДН j -го региона, определив при этом необходимые данные по рассматриваемым регионам. В модели предполагается, что со временем этот коэффициент изменяется незначительно. Также предполагается, что ставки аренды прямо пропорциональны уровню заработной платы.

Транспортные расходы по доставке готовых изделий до конечного потребителя требуют более детального рассмотрения. Пусть $i = \overline{0, n}$ – рассматриваемые регионы (областные центры Российской Федерации); существующее производство в Республике Беларусь соответствует $i=0$. Стоимость доставки пропорциональна расстоянию, на которое осуществляется транспортировка (нелинейным эффектом пренебрегаем).

Если в городе i открывается новое производство, то затраты на транспортировку одной фуры готовых изделий до потребителя j , обслуживаемого этим заводом (C_{ij}^{mp}), рассчитываются как сумма затрат на доставку комплектации (достаточной для сборки одной фуры готовых изделий) в город i и затрат на доставку из города i до конечного потребителя j одной фуры готовых изделий (10).

$$C_{ij}^{mp} = k \left(\frac{1}{l} r_{oi} + r_{ij} \right), \quad (10)$$

где r_{ij} – расстояние между двумя городами i, j ;

r_{oi} – расстояние от существующего завода до точки размещения нового производства в городе i ;
 k – стоимость транспортировки одной фуры на 1 км расстояния;
 l – количество фур готовых изделий, которое можно произвести из одной фуры комплектации.

Предполагается, что поставка комплектующих материалов осуществляется в Российскую Федерацию из третьих стран через Республику Беларусь. Поэтому столица Республики Беларусь принята за точку отсчета при расчете экономического эффекта по транспортным расходам. При изменении логистики поставок комплектующих материалов модель может претерпеть несущественные изменения.

Ограничение (6) на минимальное количество производимых готовых изделий продиктовано нерентабельностью малотиражного производства, а ограничения сверху – необходимостью диверсификации рисков.

Предварительный шаг оптимизации включает оценку потенциала планируемых объемов продаж предприятия (M_j) на прогнозный период с учетом планируемых сроков открытия заводов. Неравенство (7) говорит о необходимости полного удовлетворения спроса потребителей готовой продукции.

Равенство (8) учитывает существование уже действующего завода в Республике Беларусь.

Таким образом, задача размещения производства готовых изделий формулируется как задача булево-целочисленного программирования, решение которой было получено с помощью компьютерных средств моделирования – подпрограммы-решателя *MOSEK* с использованием языка *AMPL*.

Код алгоритма решения задачи на языке *AMPL* следующий:

```

set Origin;
param TransportCost {Origin, Origin};#Cij
param Demand {Origin};#Mj
param M1 {Origin};
param M2 {Origin};
param C0 = const;
var Location {Origin} binary; #y
var Transport {Origin, Origin};#Xij
var Production {Origin};
minimize TotalCost:(C0*(sum {i in Origin} (Location[i])) + sum {i in
Origin, j in Origin} (TransportCost[i,j]*Transport[i,j]));
subject to minFlow {i in Origin}:
sum {j in Origin} Transport[i,j] >= M1[i]*Location[i];
subject to maxFlow {i in Origin}:
sum {j in Origin} Transport[i,j] <= M2[i]*Location[i];
subject to Delivery {j in Origin}:
sum {i in Origin} Transport[i,j] >= Demand[j];
subject to NonNegativity {i in Origin, j in Origin}:
Transport[i,j] >= 0;
subject to CommonSense {i in Origin, j in Origin}:
Location[i] >= Transport[i,j];
subject to CapitalCountryY:
Location[1] = 1;
subject to Result {i in Origin}:
Production[i] = sum {j in Origin} Transport[i,j];

```

Таблица Результаты решения задачи оптимального размещения производства

Города-потребители	Объемы производства в городах-производителях, фуры					Итого
	Город 1	Город 5	Город 17	Город 23	Город 33	
Город 1	123	0	0	0	0	123
Город 2	5	0	0	0	0	5
Город 3	0	0	0	10	0	10
Город 4	0	12	0	0	0	12
Город 5	0	18	0	0	0	18
Город 6	0	0	0	8	0	8
Город 7	8	0	0	0	0	8
Город 8	0	0	0	0	17	17
Город 9	0	15	0	0	0	15
Город 10	0	0	0	0	42	42
Город 11	0	0	0	0	24	24
Город 12	0	0	0	6	0	6
Город 13	0	0	0	0	68	68
Город 14	0	14	0	0	0	14
Город 15	0	0	0	21	0	21
Город 16	0	0	0	0	16	16
Город 17	0	0	35	0	0	35
Город 18	0	0	0	13	0	13
Город 19	0	9	0	0	0	9
Город 20	0	0	5	0	0	5
Город 21	209	249	0	0	0	458
Город 22	0	0	0	0	63	63
Город 23	0	0	0	13	0	13
Город 24	0	0	0	0	10	10
Город 25	0	4	0	0	0	4
Город 26	0	0	0	0	24	24
Город 27	0	0	0	0	6	6
Город 28	0	0	0	0	28	28
Город 29	0	0	117	0	0	117
Город 30	0	9	0	0	0	9
Город 31	0	0	0	0	35	35
Город 32	106	0	0	0	0	106
Город 33	0	0	0	0	5	5
Город 34	0	0	0	0	17	17
Город 35	5	0	0	0	0	5
Город 36	0	0	25	0	0	25
Город 37	0	5	0	0	0	5
Город 38	14	0	0	0	0	14
Город 39	0	6	0	0	0	6
Город 40	0	0	0	0	21	21
Город 41	0	0	0	0	11	11
Город 42	0	0	0	0	56	56
Город 43	0	0	0	12	0	12
Город 44	0	0	0	0	15	15
Город 45	0	0	0	0	29	29
Город 46	0	0	0	5	0	5
Город 47	32	0	0	0	0	32
Итого	502	341	182	88	487	1 600

При решении задачи исследовались наиболее перспективные 47 городов с точки зрения воз-

возможности размещения нового производства; получены четыре оптимальные точки размещения новых заводов. Результаты расчетов для прогнозного периода представлены в таблице.

В таблице указаны города, в которых следует разместить новые производственные мощности (4 завода в Российской Федерации с учетом уже действующего завода в городе 1 в Республике Беларусь), объемы поставок готовой продукции из городов-производителей в места потребления согласно прогнозируемому спросу. Таким образом, определена зона ответственности каждого завода и логистика поставок готовой продукции.

Решение данной задачи может быть скорректировано за счет интерпретации влияния иных факторов, не представленных в предложенной модели, например, качества дорожного покрытия до места расположения завода, расположения города на пересечении транспортных путей и др. Отклонение от оптимума могут быть в допустимых пределах, определяемых лицом принимающим решение.

ВЫВОДЫ

В связи с расширением хозяйственной деятельности предприятий и их стремлением сократить издержки по производству и доставке готовой продукции весьма востребованными являются задачи оптимизации размещения новых производств. Зачастую данные задачи оказываются большой размерности и могут быть решены с помощью специализированных инструментальных средств. Для решения подобных задач авторы предлагают использовать математический язык программирования *AMPL*, который сравнительно прост в синтаксисе и позволяет с помощью внешних решателей (например, *MOSEK*) получить численное решение дискретной задачи размещения.

Авторами разработана математическая модель, позволившая сформулировать задачу размещения производства как задачу булево-целочисленного программирования. Предложенная модель учитывает затраты на организацию производства в возможных новых точках размещения и позволяет найти оптимальное количество новых заводов, их местоположение, мощности производства, а также описать транспортные потоки к конечному потребителю.

Авторами решена конкретная задача размещения новых производств в регионах Российской Федерации для предприятия, имеющего действующее структурное подразделение в Республике Беларусь, через которое поставляются комплектующие материалы, производимые в третьих странах; получены оптимальные точки размещения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алибеков, Б.И. Двухсторонний итерационный процесс определения приближенного оптимального решения задачи размещения с ограниченными мощностями / Б.И. Алибеков // Экономика и математические методы. – 2007. – Т. 43. – №2. – С. 111–117.
2. Береснев, В.Л. Дискретные задачи размещения и полиномы от булевых переменных / В.Л. Береснев. – Новосибирск : Инст. математики, 2005. – 408 с.
3. Экономика-математические методы и модели: учеб. пособие / Н.И. Холод [и др.] ; под общ. ред. А.В. Кузнецова. – Минск: БГЭУ, 2000. – 413 с.
4. Кочетов, Ю.А. Двухуровневые задачи размещения / Ю.А. Кочетов // Труды ИВМиМГ СО РАН. Сер. Информатика. – Новосибирск, 2007. – С. 97–104.
5. Solvers that Work with AMPL / A Modeling Language for Mathematical Programming [Electronic resource]. – 2009. – Mode of access : <http://www.ampl.com/solvers.html>. – Date of access: 17.01.2009.
6. The MOSEK Optimization Software [Electronic resource]. – 2009. – Mode of access : <http://www.mosek.com>. – Date of access: 17.01.2009.
7. Fourer, R. AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming / R. Fourer, D. M. Gay, B. W. Kernighan. – Belmont : Duxbury Press, 2003. – 517 p.

COMPUTER MODELING OF THE OPTIMAL LOCATION PROBLEM FOR COMPLETE PRODUCT MANUFACTURING

J. G. IMAMUTDINOV, S.V. SPLOSHNOV

Summary

The problem of location of complete product manufacturing with limited production facilities is being considered. As this combinatorial problem seems to be rather stiff, the computer simulation in AMPL mathematical programming language and with MOSEK external solver is offered.

Поступила в редакцию 16 марта 2009г.